

# על מתמטיקה ופילוסופיה

מאת דוד קשתן



אחדות זו בולטת בעידן היווני. פיתגורס (המאות השישית-החמישית לפנה"ס) טבע את מושג הקוסמוס כמכלול הישויות המאורגנות באמצעות יחסים מספריים. פילוסופים ומתמטיקאים התעמקו במתח השורר בין מושג הרציפות למושג הבדידות (דיסקרטיות). הם השתאו יחדיו מהגילוי המדהים ש- $\sqrt{2}$ , השורש הריבועי של המספר 2, איננו ניתן לביטוי כיחס של שני מספרים שלמים (כלומר איננו רציונלי). הם התפלפלו בפרדוקסים הפילוסופיים של זנון (המאה החמישית לפנה"ס), שהוכיח מדוע אין אכילס קל הרגליים יכול להשיג את הצב. לא במקרה חרת אפלטון (המאות החמישית-הרביעית לפנה"ס) בשער האקדמיה שלו "אל תחת קורת גג זו מוזמן רק מי שבקי בגאומטרייה".

לפני כחמישים שנה תיאר המדען והסופר האנגלי צ'רלס פרסי סנואו (Charles Percy Snow) במאמרו "שתי תרבויות" שסע עמוק שנפער בין מדעי הטבע למדעי הרוח בעת המודרנית. במסה זו מהדהדים דבריו של הפילוסוף והסוציולוג הגרמני וילהלם דילתיי (Wilhelm Dilthey), שנדרש לסוגיה כשבעים שנה קודם לכן. לפי דילתיי הניגוד שבין מדעי הטבע למדעי הרוח נעוץ בדרך שבה הם שואפים להסביר את התופעות בעולם: מדעי הטבע מבקשים לגלות את קשרי הסיבתיות ביניהן, ואילו מדעי הרוח שואפים לחשוף את משמעותן. היום, בבואי לדבר בפני האקדמיה למדעים, המחולקת לחטיבות מדעי הטבע ומדעי הרוח, ברצוני לדון בבסיס המאחד את שני סוגי המדעים. בחרתי במתמטיקה כנציגתם של מדעי הטבע ובפילוסופיה כנציגתם של מדעי הרוח.



אריסטו, מורהו של אלכסנדר מוקדון



פיתגורס



אפלטון



תלס

אריסטו (המאה הרביעית לפנה"ס) דן ארוכות בטיבם של האובייקטים המתמטיים בחלק האחרון של ספרו "מטפיזיקה". לפי שיטתו המדעים המתמטיים מייצגים סדר וסימטרייה, שהם מיסודותיו העיקריים של היופי. כמו כן פיתח אריסטו את הלוגיקה שלו כרפלקסייה על מבנה ההבנה ועל דרכי הביטוי של המחשבה. שיטתו פותחה במקביל לתורה האקסיומטית של אאוקלידס (המאות הרביעית-השלישית לפנה"ס). אנו רואים זיקה אינטימית בין המתמטיקה לפילוסופיה גם מאות שנים אחרי הפילוסופים היוונים. למשל בשביל הרמב"ם (המאה השתים-עשרה) חישוב המרחק בין כדור הארץ לשמש

המתמטיקה התגבשה לכלל מדע ביוון העתיקה, כאשר קבעה האסכולה של תלס (המאות השביעית-השישית לפנה"ס) שהיא כוללת לא רק את חקר הצורות הגאומטריות אלא גם הוכחות של משפטים גאומטריים. כך נוסדה שיטה מדעית חדשה, שבמרכזה החשיבה הרפלקטיבית, כלומר החשיבה על החשיבה עצמה ולא רק על אובייקטים אחרים. המתודה החדשה הזאת לא רק עמדה ביסוד המתמטיקה היוונית אלא גם הייתה בסיס לפילוסופיה שלה. ומאז ואילך, במשך אלפי שנים, אחדות הפילוסופיה והמתמטיקה הייתה אחד מעמודי התווך של המסורת האינטלקטואלית המערבית.



מדעי הטבע הבליטה את ההיבט הלא-רפלקטיבי שלהם, שדילת'י כינה "התמקדות בסיבתיות גרידא".

לקראת סוף המאה התשע עשרה חזרה המתמטיקה אל הרפלקטיבי: הניסיון להבהיר את מושג ההוכחה, לראשונה מאז ימי אריסטו, הביא לפיתוח הלוגיקה המתמטית. אולם אף על פי שפיתוח זה היה פרי עבודה משותפת של מתמטיקאים (גאורג קנטור, ריכרד דדקינד, דויד הילברט וג'וספה פֶּאָנו) ושל פילוסופים (גוטלוב פרגה, אדמונד הוסרל וברטרנד ראסל), הרפלקסייה האמתית על החשיבה לא חזרה עוד. כפי שכתב דקארט, הלוגיקה יכולה להועיל בהסבר הדברים שכבר ידועים לנו אך לא בחקר מה שעדיין לא ידוע. הלוגיקה של המאה התשע-עשרה הוגבלה להצגת הוכחות ולא עסקה בחשיבה המתרחשת במהלך יצירת המתמטיקה. לכן ז'יל אנרי פואנקרה (Jules Henri Poincaré), בן דורם של יוצרי הלוגיקה המתמטית, מתמטיקאי ותאורטיקן שהתעניין עמוקות בהבנת טבען של התגליות המתמטיות, לא היה מעורב בפיתוח הלוגיקה אלא מיקד את מחקרו בבחינת עצם התהליך של עבודת המתמטיקאי.

באמצע שנות הארבעים של המאה העשרים הציגו סמיואל איילנברג (Samuel Eilenberg) וסונדרס מאק ליין (Saunders Mac Lane) את "תורת הקטגוריות", המאחדת מבנים אלגבריים המופיעים בתחומיה השונים של המתמטיקה. פיתוח תורת הקטגוריות שינה את פניהם של תחומים רבים במתמטיקה. באופן מפתיע התפתחות מתמטית זו החזירה אותנו לקשר הגומלין בין האונטולוגיה ובין הרפלקסייה שאפיין את השיתוף המקורי בין המתמטיקה ובין הפילוסופיה. הישגי תורת הקטגוריות נובעים מחשיבה על טיבם של ה"אובייקטים" המתמטיים דרך הקשרים שביניהם, ובפרט מניתוח רדיקלי וחדש של מושג הזהות.

התפתחות זו של תורת הקטגוריות טרם קיבלה את הכרתו של ציבור הפילוסופים. אחת הסיבות היא שהערכת דרך פעולתה של תורת הקטגוריות דורשת ידע מתמטי רחב. בד בבד דומה שהמתמטיקאים עצמם אינם מעריכים כהלכה את חשיבותה האינטלקטואלית הכללית של תורת הקטגוריות, שהרי אינם רגילים לדרכיהן של שאלות פילוסופיות.

תורת הקטגוריות, בזכות מרכזיותה במתמטיקה וחשיבותה בפילוסופיה, יכולה לחדש את השותפות הרצויה בין שתיהן ובכך לאחד את מדעי הרוח עם מדעי הטבע. אך לשם כך חיוני שאנשי המדע משני המחנות יכירו בחשיבותה של השותפות הזאת וישקיעו את המאמץ הנדרש להגשימה.

אינו רק חגיגת האינטלקט הממריא לגבהים בלתי אפשריים, אלא גם עדות ליכולתה של התבונה להאיר את המחוזות המופשטים של התאולוגיה ושל הפילוסופיה.

בתחילת העת החדשה עוד התחזקו יחסי הגומלין בין המתמטיקה ובין הפילוסופיה. ידע מתמטי היה תנאי מוקדם לעיסוק בפילוסופיה, ובו בזמן השפיעו רעיונות פילוסופיים השפעה עמוקה על המתמטיקאים. הפילוסוף-המתמטיקאי רנה דקארט (המאה השבע-עשרה) כתב שחיבורו "מאמר על המתודה" יסודו בניתוח "חכמת ההיגיון, האנליזה הגאומטרית הקדמונית והאלגברה המודרנית", ומצד שני התפיסה הקארטזיאנית של הסובייקט החושב הניעה תחום שלם של המתמטיקה. גם עמנואל קאנט, בסופה של המאה השמונה-עשרה, כרך את שאלתו הפילוסופית המרכזית "כיצד אפשריים משפטים סינתטיים באופן אפריורי?" בשאלה "כיצד אפשרית המתמטיקה?", ומאידך גיסא התפיסה הטרנסצנדנטלית של המתמטיקה אצל קאנט הייתה מסגרת סימוכין (הן לחיוב והן לשלילה) להתפתחויות מתמטיות בדור שלאחריו. ואף בשנות העשרים של המאה העשרים ביסס הפיזיקאי הדני נילס בוהר (Niels Bohr) את גישתו לפיזיקת הקוונטים על רעיונותיו של קאנט ב"ביקורת התבונה הטהורה".



אאוקלידס



הרמב"ם



רנה דקארט

אם נתבונן בהשתלשלות השותפות הזאת נראה שתפקיד המתמטיקה הוא בהשלמה של האונטולוגיה הפילוסופית: הפילוסופיה עוסקת ב"ישות היש", ואילו המתמטיקה מזהה ומגדירה את אותם המבנים או התנאים להיותו של היש.

אבל במאה התשע-עשרה התרחקו שני התחומים זה מזה ואבדה ההכרה בחשיבות ההדדיות והדו-צדדיות של הפעילות האינטלקטואלית המשותפת. כך נפער השסע בין המתמטיקה ובין הפילוסופיה שדילת'י כה היטיב לתאר. במחנה הפילוסופי הפכו ה"אידיאליסטים" את הרפלקטיבי לאונטולוגי, כלומר תולדות ההווה נהפכו לתולדות החשיבה גרידא. מנגד הצלחתה המדהימה של הגישה האמפירית העומדת ביסוד